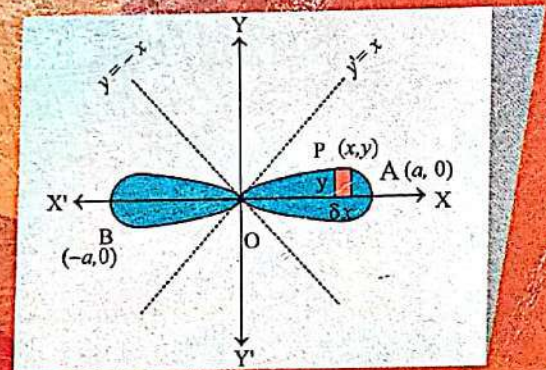
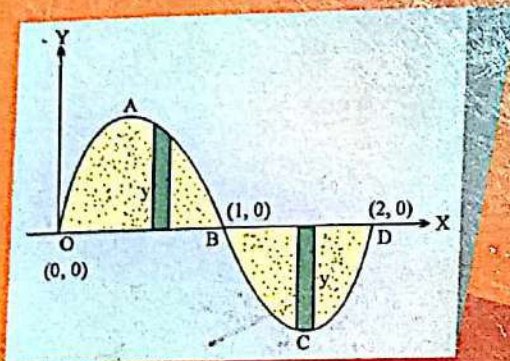
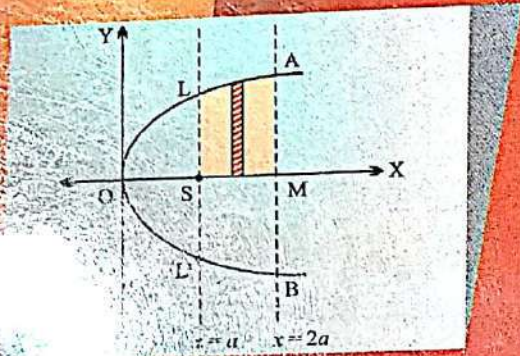
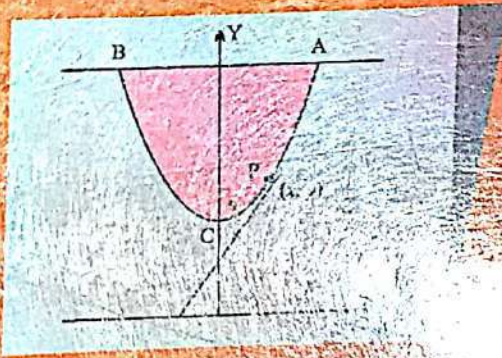


# कलन

**बी.एस.सी.**  
**प्रथम वर्ष**



Calculus



उच्च शिक्षा आयोग द्वारा निर्धारित नवीन पाठ्यक्रम पर आधारित सर्वश्रेष्ठ पाठ्यपुस्तक

# नवबोध यूनीफाइड गणित कलन

(CALCULUS)

बी. एस-सी. प्रथम वर्ष  
(द्वितीय प्रश्न-पत्र)

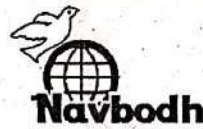
लेखक

डॉ. एस. एन. अग्रवाल  
प्राध्यापक गणित  
सी.एम.डी. स्नातकोत्तर महाविद्यालय,  
बिलासपुर (छ. ग.)

प्रो. पी. झा  
बी. एस-सी. (आनर्स), एम. एस-सी.,  
सी. एस. आई. आर. (नेट).  
विभागाध्यक्ष (गणित विभाग)  
शासकीय जे. योगानंद छत्ती. महा.,  
रायपुर (छ. ग.)

डॉ. आर. के. वर्मा  
एम. एस-सी., पी-एच. डी.  
सहायक प्राध्यापक  
शासकीय महाविद्यालय,  
पाटन (छ. ग.)

14 SPECIMEN COPY  
(NOT FOR SALE)



नवबोध प्रकाशन

मूल्य : 380-00 रु.

7, समता कॉलोनी, रायपुर (छत्तीसगढ़)

बिक्री हेतु नहीं



# विषय-सूची

## यूनीफाइड कलन

### बी. एस-सी. प्रथम वर्ष (द्वितीय प्रश्न-पत्र)

इकाई 1		उत्तरमाला 1-1	
1. सीमा एवं सांतत्य ✓	1-29		29
1-1. प्रस्तावना	1	उत्तरमाला 1-2	29
1-2. एक फलन के सीमा की $\varepsilon-\delta$ परिभाषा	1	2. अवकलनीयता ✓	30-41
निदर्शी उदाहरण 1-1	2	2-1. एक बिन्दु पर अवकलनीयता	30
1-3. सीमाओं का बीजगणित	8	2-2. दक्षिण-हस्त और वाम-हस्त अवकलज	31
1-4. सीमाओं के मूलभूत प्रगुण	10	2-2-1. दक्षिण-हस्त अवकलज	31
1-4-1. दाँयी सीमा और बाँयी सीमा	11	2-2-2. वाम-हस्त अवकलज	31
निदर्शी उदाहरण 1-2	11	2-2-3. अवकलनीय फलन	31
प्रश्नावली 1-1	14	2-2-4. किसी अन्तराल में अवकलनीयता	31
1-5. संतत फलन	15	2-3. कुछ महत्वपूर्ण प्रमेय	31
1-6. एक फलन का सांतत्य	15	निदर्शी उदाहरण 2-1	32
1-7. सांतत्य की कौशी की परिभाषा	15	प्रश्नावली 2-1	40
1-8. अन्तराल में सांतत्य	16	प्रश्नावली 2-2	41
1-9. संतत फलनों पर आधारभूत प्रमेय	16	उत्तरमाला 2-1	41
1-10. प्रारम्भिक फलनों के सांतत्य पर कुछ प्रमेय	16	उत्तरमाला 2-2	41
1-11. असांतत्य का वर्गीकरण	17	3. उत्तरोत्तर अवकलन ✓	42-67
1-11-1. अपनेय असांतत्य	17	3-1. परिभाषा	42
1-11-2. प्रथम प्रकार का असांतत्य	17	निदर्शी उदाहरण 3-1	42
1-11-3. द्वितीय प्रकार का असांतत्य	17	प्रश्नावली 3-1	44
निदर्शी उदाहरण 1-3	18	3-2. $n$ वाँ अवकलज ज्ञात करना	45
प्रश्नावली 1-2	27	3-3. उच्चतर अवकलज—अन्य विधियाँ	47
		3-3-1. आंशिक भिन्नों का प्रयोग	48
		3-3-2. डी-माइवर प्रमेय का प्रयोग	48



3-3-3. त्रिकोणमितीय रूपान्तरण	49
निदर्शी उदाहरण 3-2	49
प्रश्नावली 3-2.	52
3-4. लाइब्नीज प्रमेय	53
निदर्शी उदाहरण 3-3	53
प्रश्नावली 3-3.	60
3-5. $x = 0$ पर $n$ वाँ अवकलज ज्ञात करना	61
निदर्शी उदाहरण 3-4	61
प्रश्नावली 3-4	65
प्रश्नावली 3-5	65
उत्तरमाला 3-1	66
उत्तरमाला 3-2	66
उत्तरमाला 3-3	67
उत्तरमाला 3-4	67
उत्तरमाला 3-5	67
<b>4. मैक्लॉरिन एवं टेलर श्रेणी प्रसार</b>	<b>68-81</b>
4-1. मैक्लॉरिन प्रमेय	68
4-2. टेलर प्रमेय	69
निदर्शी उदाहरण 4-1	70
प्रश्नावली 4-1	79
प्रश्नावली 4-2	81
उत्तरमाला 4-1	81
उत्तरमाला 4-2	81
<b>इकाई 2</b>	
<b>5. अनन्त-स्पर्शियाँ</b>	<b>82-111</b>
5-1. अनन्त-स्पर्शी	82
5-2. अनन्त-स्पर्शी की परिभाषा	82
5-3. अनन्त-स्पर्शी के लिए शर्त	82

5-4. व्यापक बीजीय वक्र की अनन्त-स्पर्शियाँ	83
5-4-1. अनन्त-स्पर्शियाँ ज्ञात करने की संक्षिप्त विधि	84
निदर्शी उदाहरण 5-1	84
प्रश्नावली 5-1	93
5-5. अक्षों के समान्तर अनन्त-स्पर्शियाँ	93
5-5-1. X-अक्ष के समान्तर अनन्त-स्पर्शियाँ	93
5-5-2. Y-अक्ष के समान्तर अनन्त-स्पर्शियाँ	93
निदर्शी उदाहरण 5-2	93
प्रश्नावली 5-2	97
5-6. अनन्त-स्पर्शियों का अस्तित्व नहीं होना	97
5-7. अनन्त-स्पर्शियाँ ज्ञात करने की अन्य विधि	97
5-8. वक्रों की अनन्त-स्पर्शियाँ ज्ञात करने की वैकल्पिक विधियाँ	99
5-9. निरीक्षण द्वारा अनन्त-स्पर्शियाँ	100
5-10. अनन्त-स्पर्शियों की कुल संख्या	100
5-11. किसी वक्र और उसकी अनन्त-स्पर्शियों का प्रतिच्छेदन	100
5-12. वक्र $y = mx + c + \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \dots$	
की अनन्त-स्पर्शियाँ	100
5-13. वक्ररेखीय अनन्त-स्पर्शियाँ	101
निदर्शी उदाहरण 5-3	101
5-14. ध्रुवीय वक्रों की अनन्त-स्पर्शियाँ	107
प्रश्नावली 5-3	108
प्रश्नावली 5-4	109



उत्तरमाला 5.1	110
उत्तरमाला 5.2	110
उत्तरमाला 5.3	110
उत्तरमाला 5.4	110
संक्षेपिका	110

6. वक्रता 112-144

6.1. वक्रता	112
6.2. परिभाषाएँ	112
6.3. वक्रता-त्रिज्या के लिए नैज सूत्र	112
6.4. वक्रता-त्रिज्या के लिए कार्तीय सूत्र	113
6.4.1. वक्रता-त्रिज्या के लिए निम्नलिखित सूत्र	

स्थापित करना :

$$\rho = \frac{[1 + y_1^2]^{3/2}}{y_2}, \text{ जहाँ } y_1 = \frac{dy}{dx}$$

$$\text{तथा } y_2 = \frac{d^2y}{dx^2}. \quad 113$$

6.4.2. वक्रता-त्रिज्या के लिए निम्नलिखित सूत्र स्थापित करना :

$$\rho = \frac{[1 + x_1^2]^{3/2}}{x_2} \text{ जहाँ } x_1 = \frac{dx}{dy} \text{ तथा}$$

$$x_2 = \frac{d^2x}{dy^2}. \quad 114$$

6.5. वक्रता-त्रिज्या के लिए प्राचलिक सूत्र 114

6.5.1. वक्रता-त्रिज्या के लिए निम्नलिखित

$$\text{सूत्र स्थापित करना : } \rho = \frac{[x'^2 + y'^2]^{3/2}}{x'y'' - y'x''}$$

$$\text{जहाँ } x' = \frac{dx}{dt}, y' = \frac{dy}{dt}, x'' = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\text{तथा } y'' = \frac{d^2y}{dt^2}. \quad 114$$

6.5.2. वक्रता-त्रिज्या के लिए निम्नलिखित सूत्र स्थापित करना :

$$(i) \rho = \frac{\frac{dx}{d\psi}}{\frac{d^2y}{ds^2}}$$

$$(ii) \rho = -\frac{\frac{dy}{d\psi}}{\frac{d^2x}{ds^2}}$$

$$(iii) \rho = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\psi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\psi}\right)^2}$$

$$(iv) \frac{1}{\rho} = \frac{d}{dx} \left( \frac{dy}{ds} \right). \quad 115$$

निदर्शी उदाहरण 6.1 115

प्रश्नावली 6.1 125

6.6. वक्रता-त्रिज्या के लिए पदिक सूत्र 127

6.6.1. वक्रता त्रिज्या के लिए निम्नलिखित सूत्र स्थापित करना :

$$\rho = \frac{rdr}{d\rho}. \quad 127$$

6.7. वक्रता त्रिज्या के लिए ध्रुवीय सूत्र 127



6-7-1. वक्रता त्रिज्या के लिए निम्नलिखित सूत्र  
स्थापित करना :

$$\rho = \frac{[r^2 + r_1^2]^{3/2}}{r^2 + 2r_1^2 - rr_2}, \text{ जहाँ } r_1 = \frac{dr}{d\theta}$$

$$\text{तथा } r_2 = \frac{d^2r}{d\theta^2}. \quad 127$$

6-8. वक्रता त्रिज्या के लिए स्पर्शी ध्रुवीय  
सूत्र 128

6-8-1. वक्रता त्रिज्या के लिए सूत्र  $\rho = p + \frac{d^2p}{d\psi^2}$

स्थापित करना 128

निदर्शी उदाहरण 6-2 128

प्रश्नावली 6-2 132

6-9. मूलबिन्दु पर स्पर्श रेखायें 132

6-10. मूलबिन्दु पर वक्रता 133

6-10-1. प्रतिस्थापन विधि से वक्रता त्रिज्या  
ज्ञात करना 133

6-10-2. प्रसार विधि से वक्रता-त्रिज्या ज्ञात  
करना 133

6-10-3. न्यूटन विधि से वक्रता-त्रिज्या ज्ञात  
करना 134

6-10-4. ध्रुव पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात करना 134

6-11. परिमेय, पूर्णाकीय, बीजीय वक्रों के लिए  
मूलबिन्दु पर वक्रता त्रिज्या 134

निदर्शी उदाहरण 6-3 135

प्रश्नावली 6-3 136

6-12. वक्रता केन्द्र 137

6-13. वक्रता-वृत्त का समीकरण 137

6-14. मूलबिन्दु (ध्रुव) से होकर जाने वाली  
जीवा 137

6-15. दैशिक त्रिज्या पर लम्ब वक्रता त्रिज्या 138

6-16. निर्देशाक्षों के समान्तर वक्रता जीवाएँ 138

6-17. वक्र का केंद्रज ज्ञात करना 138

निदर्शी उदाहरण 6-4 138

प्रश्नावली 6-4 141

प्रश्नावली 6-5 142

उत्तरमाला 6-1 143

उत्तरमाला 6-2 143

उत्तरमाला 6-3 143

उत्तरमाला 6-4 143

उत्तरमाला 6-5 144

संक्षेपिका 144

7. अवतलता एवं उत्तलता, नति परिवर्तन बिन्दुएँ  
एवं बहुल बिन्दुएँ 145-167

7-1. विचित्र बिन्दु 145

7-1-1. नति परिवर्तन बिन्दु 145

7-2. अवतलता एवं उत्तलता 145

7-3. अवतलता एवं उत्तलता के लिए  
परीक्षण 145

7-4. नति परिवर्तन बिन्दु के लिए परीक्षण 147

7-5. ध्रुवीय और पदिक वक्रों के लिए  
नति परिवर्तन बिन्दु 147

निदर्शी उदाहरण 7-1 147

प्रश्नावली 7-1 153

7.6.	बहुल बिन्दु	154
7.7.	कस्प के प्रकार	155
7.8.	मूलबिन्दु पर स्पर्श रेखा	156
7.9.	द्विक बिन्दुओं के लिये आवश्यक प्रतिबन्ध	156
7.10.	कस्प की प्रकृति	157
	निदर्शी उदाहरण 7-2	157
	प्रश्नावली 7-2	166
	उत्तरमाला 7-1	167
	उत्तरमाला 7-2	167
	संक्षेपिका	167
8.	वक्रों का अनुरेखण	168-195
8-1.	कार्तीय निर्देशांकों में वक्रों का अनुरेखण	168
	निदर्शी उदाहरण 8-1	169
	प्रश्नावली 8-1	182
8-2.	ध्रुवीय निर्देशांकों में वक्रों का अनुरेखण	183
	निदर्शी उदाहरण 8-2	184
	प्रश्नावली 8-2	188
8-3.	प्राचलिक वक्रों का अनुरेखण	188
	निदर्शी उदाहरण 8-3	188
	प्रश्नावली 8-3	191
	उत्तरमाला 8-1	191
	उत्तरमाला 8-2	194
	उत्तरमाला 8-3	195

### इकाई 3

9.	अबीजीय फलनों का समाकलन	196-222
9-1.	अबीजीय फलन	197
9-2.	$\int \sin^n x dx$ तथा $\int \cos^n x dx$ का हल	197
9-3.	$\int \sin^m x \cos^n x dx$ का हल	198
	निदर्शी उदाहरण 9-1	199
	प्रश्नावली 9-1	202
9-4.	$\int \frac{1}{a \cos^2 x + b} dx$ तथा $\int \frac{1}{a \sin^2 x + b} dx$ का हल	203
9-5.	$\int \frac{1}{a + b \cos x} dx$ का हल—अर्ध कोण $x/2$ में बदलकर $\tan x/2 = t$ रखेंगे	203
9-6.	$\int \frac{1}{a + b \sin x} dx$ का हल—अर्ध कोण में बदलकर $\tan x/2 = t$ रखेंगे	204
9-7.	$\int \frac{1}{a \cos^2 x + 2h \sin x \cos x + b \sin^2 x} dx$ का हल—यहाँ $\tan x = t$ रखें	204
9-8.	$\int \frac{1}{a \cos x + b \sin x + c} dx$ का हल—अर्ध कोण में बदलकर $\tan x/2 = t$ रखें	205



निदर्शी उदाहरण 9-2	205
9.9. $\int \frac{p \cos x + q \sin x + r}{a \cos x + b \sin x + c} dx$ का	
हल	208
निदर्शी उदाहरण 9-3	209
प्रश्नावली 9-2	213
9-10. कुछ और मानक रूप	213
निदर्शी उदाहरण 9-4	214
प्रश्नावली 9-3	219
प्रश्नावली 9-4	219
उत्तरमाला 9-1	220
उत्तरमाला 9-2	220
उत्तरमाला 9-3	220
उत्तरमाला 9-4	221
संक्षेपिका	221
10. समानयन-सूत्र	223-254
10-1. परिभाषा	223
10-2. $\int \sin^n x dx$ के लिए समानयन-	
सूत्र प्राप्त करना	223
10-3. $\int \cos^n x dx$ के लिए समानयन-	
सूत्र प्राप्त करना	223
10-4. $\int \tan^n x dx$ के लिए समानयन-	
सूत्र प्राप्त करना	224
10-5. $\int \cot^n x dx$ के लिए समानयन-	
सूत्र प्राप्त करना	224

10-6. $\int \sec^n x dx$ के लिए समानयन-	
सूत्र प्राप्त करना	224
10-7. $\int \operatorname{cosec}^n x dx$ के लिए समानयन-	
सूत्र प्राप्त करना	224
10-8. वालीज-सूत्र	225
निदर्शी उदाहरण 10-1	226
प्रश्नावली 10-1	229
10-9. $\int \sin^m x \cos^n x dx$ के लिए समानयन-	
सूत्र	229
10-9-1. $\int \sin^m x \cos^n x dx$ को	
$\int \sin^{m+2} x \cos^{n-2} x dx$ से सम्बन्धित	
करना	229
10-9-2. $\int \sin^m x \cos^n x dx$ को	
$\int \sin^{m-2} x \cos^n x dx$ से सम्बन्धित	
करना अथवा सिद्ध करना है कि	
$\int \sin^m x \cos^n x dx = -\frac{\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x}{m+n}$	
$+ \frac{m-1}{m+n} \int \sin^{m-2} x \cos^n x dx.$	230
10-9-3. $\int \sin^m x \cos^n x dx$ को	
$\int \sin^m x \cos^{n-2} x dx$ से सम्बन्धित	
करना	230



10-9-4.  $\int \sin^m x \cos^n x dx$  को

$\int \sin^{m+2} x \cos^n x dx$  से सम्बन्धित

करना 230

10-9-5.  $\int \sin^m x \cos^n x dx$  को

$\int \sin^m x \cos^{n+2} x dx$  से सम्बन्धित

करना 230

10-9-6.  $\int \sin^m x \cos^n x dx$  को

$\int \sin^{m-2} x \cos^{n+2} x dx$  से सम्बन्धित

करना 231

10-9-7. सिद्ध करना है कि

$$\int_0^{\pi/2} \sin^m x \cos^n x dx =$$

$$\frac{\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{m+n+2}{2}\right)}, \text{ जहाँ } m \text{ तथा } n$$

पूर्णांक हैं। 231

10-9-8.  $\int \cos^m x \cos nx dx$  के लिए समानयन-

सूत्र प्राप्त करना 232

10-9-9. यदि  $I_{m,n} = \int_0^{\pi/2} \cos^m x \cos nx dx$ , तो

$$(a) I_{m,n} = \frac{m}{m+n} I_{m-1, n-1}$$

$$(b) I_{m,n} = \frac{m}{m-n} I_{m-1, n+1}$$

$$(c) I_{m,n} = \frac{m(m-1)}{m^2-n^2} I_{m-2, n} \quad 233$$

10-9-10.  $\int \cos^m x \sin x dx$  के लिए समानयन-

सूत्र स्थापित करना 234

निदर्शी उदाहरण 10-2 234

प्रश्नावली 10-2 241

10-10. (a)  $\int x^n \sin mx dx$  और

(b)  $\int x^n \cos mx dx$  के लिए समानयन-

सूत्र स्थापित करना 241

10-11. (a)  $\int x \sin^n x dx$  और

(b)  $\int x \cos^n x dx$  के लिए समानयन-

सूत्र स्थापित करना 241

10-12. (a)  $\int e^{ax} \sin^n bx dx$  तथा

(b)  $\int e^{ax} \cos^n bx dx$  के लिए समानयन-

सूत्र स्थापित करना 242

10-13. (a)  $\int x^n e^{ax} \sin bx dx$  तथा

(b)  $\int x^n e^{ax} \cos bx dx$  के लिए

समानयन-सूत्र 242

10-14.  $\int \frac{e^{mx}}{x^n} dx$  के लिए समानयन-सूत्र

स्थापित करना 242



10-15. $I_n = \int e^{-x} x^n dx$ के लिए समानयन- सूत्र ज्ञात करना	243
10-16. $\int x^m (\log x)^n dx$ के लिए समानयन- सूत्र स्थापित करना	243
10-17. $\int \frac{x^m}{(\log x)^n} dx$ के लिए समानयन- सूत्र ज्ञात करना	243
10-18. समाकल $\int \frac{dx}{(x^2 + k)^n}$ का समानयन-सूत्र प्राप्त करना	243
10-19. $\int x^m (a + bx^n)^p dx$ के लिये समानयन- सूत्र स्थापित करना	243
निदर्शी उदाहरण 10-3	245
प्रश्नावली 10-3	252
प्रश्नावली 10-4	253
उत्तरमाला 10-1	253
उत्तरमाला 10-2	254
उत्तरमाला 10-3	254
उत्तरमाला 10-4	254
<b>11. निश्चित समाकल</b>	<b>255-271</b>
11-1. निश्चित समाकल	255
11-2. निश्चित समाकलों के प्रगुण निदर्शी उदाहरण 11-1	256
प्रश्नावली 11-1	267
11-3. योगफल की सीमा के रूप में समाकलन	268

निदर्शी उदाहरण 11-2	269
प्रश्नावली 11-2	271
उत्तरमाला 11-2	271
<b>12. क्षेत्रकलन</b>	<b>272-301</b>
12-1. क्षेत्रकलन	272
12-2. वक्र $y = f(x)$ तथा $X$ -अक्ष के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात करना	272
12-3. वक्र $x = f(y)$ तथा $Y$ -अक्ष के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात करना	272
12-4. दो वक्रों $y = f(x)$ तथा $y = g(x)$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करना	273
12-5. प्राचलिक वक्रों के क्षेत्रफल के लिये सूत्र	273
12-6. ध्रुवीय निर्देशांकों (नियामकों) में क्षेत्रफल के लिए व्यंजक	273
12-7. संवृत्त वक्रों का क्षेत्रफल निदर्शी उदाहरण 12-1	274
प्रश्नावली 12-1	298
प्रश्नावली 12-2	299
प्रश्नावली 12-3	300
उत्तरमाला 12-1	301
उत्तरमाला 12-2	301
उत्तरमाला 12-3	301
<b>13. चापकलन</b>	<b>302-316</b>
13-1. चापकलन	302
13-2. विभिन्न वक्रों की लम्बाइयाँ ज्ञात करना	302



13.3. नैज समीकरण	304	15.2. अवकल समीकरण की रचना	340
13.4. कार्तीय वक्रों का नैज समीकरण	304	निदर्शी उदाहरण 15-1	341
13.5. प्राचलिक वक्रों का नैज समीकरण	304	प्रश्नावली 15-1	344
13.6. ध्रुवीय वक्रों का नैज समीकरण	304	15.3. 'प्रथम कोटि एवं प्रथम घात' के अवकल	
निदर्शी उदाहरण 13-1	305	समीकरणों के प्रकार तथा उनके हल	345
प्रश्नावली 13-1	314	15.4. चर पृथक्करण—अवकल समीकरण	
प्रश्नावली 13-2	315	जिसमें चरों को पृथक् किया जा सके	345
उत्तरमाला 13-1	316	15.5. समघात अवकल समीकरण	346
उत्तरमाला 13-2	316	15.6. समघात रूप में परिवर्तनीय अवकल	
14. परिक्रमण ठोसों के आयतन एवं पृष्ठ	317-339	समीकरण	347
14.1. परिक्रमण ठोस	317	15.6.1. प्रथम स्थिति—जब $\frac{a}{A} \neq \frac{b}{B}$ .	347
14.2. परिक्रमण ठोस का आयतन	317	15.6.2. द्वितीय स्थिति—चर पृथक्करण में	
निदर्शी उदाहरण 14-1	319	समानेय अवकल समीकरण	347
प्रश्नावली 14-1	329	15.7. रैखिक अवकल समीकरण	349
14.3. परिक्रमण पृष्ठ	331	15.8. बर्नोली का समीकरण या रैखिक	
निदर्शी उदाहरण 14-2	332	समीकरण में परिवर्तित किये जा सकने	
प्रश्नावली 14-2	337	वाले अवकल समीकरण	351
प्रश्नावली 14-3	338	निदर्शी उदाहरण 15-2	351
उत्तरमाला 14-1	339	प्रश्नावली 15-2	354
उत्तरमाला 14-2	339	15.9. चरों का परिवर्तन	354
उत्तरमाला 14-3	339	निदर्शी उदाहरण 15-3	355
इकाई 4		प्रश्नावली 15-3	360
15. अवकल समीकरण के घात एवं कोटि, प्रथम		उत्तरमाला 15-1	260
कोटि एवं प्रथम घात के अवकल समीकरण :		उत्तरमाला 15-2	261
रैखिक में परिवर्तनीय अवकल समीकरण ✓		उत्तरमाला 15-3	261
	340-361	16. यथातथ अवकल समीकरण ✓	362-380
15.1. कुछ परिभाषाएँ	340	16.1. यथातथ अवकल समीकरण	362



16.2. प्रथम कोटि के अवकल समीकरण के यथातथ होने का प्रतिबन्ध	362
16.3. यथातथ अवकल समीकरण का हल	363
निदर्शी उदाहरण 16-1	363
प्रश्नावली 16-1	366
16.4. समाकलन गुणक	366
16.5. निरीक्षण द्वारा समाकलन गुणक ज्ञात करना	366
निदर्शी उदाहरण 16-2	367
प्रश्नावली 16-2	370
16.6. समाकलन गुणक ज्ञात करने के नियम जबकि अवकल समीकरण $Mdx + Ndy = 0$ के रूप का हो	370
निदर्शी उदाहरण 16-3	371
प्रश्नावली 16-3	378
उत्तरमाला 16-1	379
उत्तरमाला 16-2	379
उत्तरमाला 16-3	379
संक्षेपिका	380
17. प्रथम कोटि एवं उच्च घात के अवकल समीकरण, क्लेरो रूप तथा विचित्र हल	381-419
17-1. प्रस्तावना	381
17-2. अवकल समीकरण जिन्हें $p$ के लिए हल किया जा सके	381
निदर्शी उदाहरण 17-1	381
प्रश्नावली 17-1	386
17-3. अवकल समीकरण जिन्हें $y$ के लिये हल किया जा सके	387

17.4. अवकल समीकरण जिसमें $x$ बिल्कुल न हो	387
निदर्शी उदाहरण 17-2	387
प्रश्नावली 17-2	391
17.5. अवकल समीकरण जिन्हें $x$ के लिए हल किया जा सके	392
17.6. अवकल समीकरण जिसमें $y$ बिल्कुल न हो	392
निदर्शी उदाहरण 17-3	392
प्रश्नावली 17-3	396
17.7. क्लेरो समीकरण	396
निदर्शी उदाहरण 17-4	397
प्रश्नावली 17-4	401
विविध प्रश्नावली 17-5	402
17.8. विचित्र हल	402
17.9. दिये हुए अवकल समीकरण का विचित्र हल ज्ञात करना	403
17.10. स्पर्श-बिन्दुपथ, नोड-बिन्दुपथ तथा कस्प-बिन्दुपथ ज्ञात करने की कार्य-विधि	403
निदर्शी उदाहरण 17-5	404
प्रश्नावली 17-6	414
प्रश्नावली 17-7	415
उत्तरमाला 17-1	416
उत्तरमाला 17-2	416
उत्तरमाला 17-3	417
उत्तरमाला 17-4	417
उत्तरमाला 17-5	418



उत्तरमाला 17-6	418
उत्तरमाला 17-7	418
संक्षेपिका	419
<b>18. ज्यामितीय व्याख्या एवं लम्बकोणीय</b>	
संछेदियाँ ✓	420-435
18-1. अवकल समीकरण का ज्यामितीय	
अर्थ	420
निदर्शी उदाहरण 18-1	421
प्रश्नावली 18-1	424
18-2. संछेदी	425
18-3. लम्बकोणीय संछेदी	425
18-4. लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात करने की	
कार्य-विधि	425
निदर्शी उदाहरण 18-2	426
प्रश्नावली 18-2	434
प्रश्नावली 18-3	435
उत्तरमाला 18-1	435
उत्तरमाला 18-2	435
उत्तरमाला 18-3	435
<b>19. अचर गुणांकों वाले रैखिक अवकल</b>	
समीकरण ✓	436-483
19-1. अचर गुणांकों वाले साधारण रैखिक	
अवकल समीकरण	436
19-2. सहायक समीकरण	436
19-3. पूरक फलन (C.F.) ज्ञात करने की	
कार्य-विधि	437
निदर्शी उदाहरण 19-1	438

प्रश्नावली 19-1	440
19-4. विशेष समाकल ज्ञात करना	441
19-5. $P.I. = \frac{1}{f(D)} e^{ax}$ ज्ञात करना, जब	
$f(a) \neq 0$ (अर्थात् जब $Q = e^{ax}$ हो)	441
निदर्शी उदाहरण 19-2	441
प्रश्नावली 19-2	444
19-6. $P.I. = \frac{1}{f(D^2)} \sin ax$ और	
$P.I. = \frac{1}{f(D^2)} \cos ax$ ज्ञात करना,	
जब $f(-a^2) \neq 0$	444
निदर्शी उदाहरण 19-3	445
प्रश्नावली 19-3	448
19-7. $P.I. = \frac{1}{f(D)} x^m$ ज्ञात करना, जहाँ $m$	
कोई धन पूर्णांक (Positive Integer)	
हो	449
निदर्शी उदाहरण 19-4	449
प्रश्नावली 19-4	454
19-8. $P.I. = \frac{1}{f(D)} e^{ax} V$ ज्ञात करना, जहाँ	
$V, x$ का कोई फलन है	454
निदर्शी उदाहरण 19-5	455
प्रश्नावली 19-5	462



19.9. P.I. =  $\frac{1}{f(D)} \cos ax$  और P.I. =  $\frac{1}{f(D)}$

$\sin ax$  ज्ञात करना, जब  $f(-a^2) = 0$

462

19.10. अवकल समीकरण  $(D^2 + a^2)y = \cos ax$

तथा  $(D^2 + a^2)y = \sin ax$  का हल

ज्ञात करना 462

निदर्शी उदाहरण 19-6 463

प्रश्नावली 19-6 467

19.11. P.I. =  $\frac{1}{f(D)} xV$  ज्ञात करना, जहाँ  $V, x$

का कोई फलन है 467

निदर्शी उदाहरण 19-7 468

प्रश्नावली 19-7 471

19.12. यदि  $Q, x$  का कोई फलन है, तो  $\frac{1}{(D-\alpha)}$

$= e^{\alpha x} \int e^{-\alpha x} Q dx$  472

निदर्शी उदाहरण 19-8 472

प्रश्नावली 19-8 473

निदर्शी उदाहरण 19-9 473

विविध प्रश्नावली 19-9 478

प्रश्नावली 19-10 479

उत्तरमाला 19-1 481

उत्तरमाला 19-2 481

उत्तरमाला 19-3 481

उत्तरमाला 19-4 481

उत्तरमाला 19-5 481

उत्तरमाला 19-6 482

उत्तरमाला 19-7 482

उत्तरमाला 19-8 482

उत्तरमाला 19-9 482

उत्तरमाला 19-10 482

संक्षेपिका 482

20. समघात रैखिक साधारण अवकल समीकरण ✓  
484-495

20.1. समघात रैखिक साधारण अवकल  
समीकरण 484

20.2. समघात रैखिक अवकल समीकरण को  
हल करने की विधि 484

निदर्शी उदाहरण 20-1 485

प्रश्नावली 20-1 493

प्रश्नावली 20-2 494

उत्तरमाला 20-1 494

उत्तरमाला 20-2 495

संक्षेपिका 495

इकाई 5

21. द्वितीय कोटि के रैखिक अवकल समीकरण  
एवं प्राचल विचरण की विधि ✓ 496-553

21.1. द्वितीय कोटि के रैखिक अवकल  
समीकरण 496

21.2. द्वितीय कोटि के रैखिक अवकल समीकरण

$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$  का पूर्ण हल

ज्ञात करना जबकि पूरक फलन का एक

हल ज्ञात है 496



21.2.1. उपप्रमेय—यदि  $y = y_1(x)$  तथा  $y = y_2(x)$

$$\text{अवकल समीकरण } \frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Q = 0$$

$$\text{के दो हल हों, तब } y_1 \frac{dy_2}{dx} - y_2 \frac{dy_1}{dx}$$

$$= ce^{-\int P dx} \text{ होगा।} \quad 497$$

21.3. पूरक फलन का एक हल प्राप्त करने के लिए नियम 497

$$21.3.1. \text{ निरीक्षण द्वारा } \frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = 0$$

का एक समाकल का सारांश 498

निदर्शी उदाहरण 21-1 499

प्रश्नावली 21-1 510

21.4. समीकरण का प्रसामान्य रूप में रूपान्तरण करना (प्रथम अवकलज का विलोपन करना) 511

निदर्शी उदाहरण 21-2 512

प्रश्नावली 21-2 521

21.5. स्वतंत्र चर के परिवर्तन की विधि 521

निदर्शी उदाहरण 21-3 523

प्रश्नावली 21-3 539

21.6. प्राचल विचरण की विधि 539

21.7. द्वितीय कोटि के अचर गुणांकों वाले

रैखिक अवकल समीकरण को प्राचल

विचरण विधि द्वारा हल करने की कार्य-

विधि 540

निदर्शी उदाहरण 21-4 540

प्रश्नावली 21-4 551

उत्तरमाला 21-1 551

उत्तरमाला 21-2 552

उत्तरमाला 21-3 552

उत्तरमाला 21-4 552

संक्षेपिका 553

22. साधारण युगपत अवकल समीकरण

554-576

22.1. साधारण युगपत अवकल समीकरण

हल करने की कार्य-विधि 554

निदर्शी उदाहरण 22-1 554

प्रश्नावली 22-1 568

22.2. निम्न प्रकार से युगपत अवकल समीकरणों

का हल 568

$$22.3. \frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R} \text{ के रूप के युगपत}$$

अवकल समीकरणों को हल करने की

विधि 568

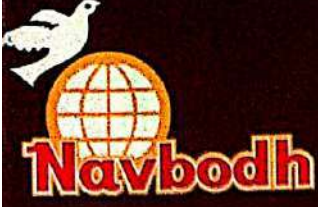
निदर्शी उदाहरण 22-2 568

प्रश्नावली 22-2 575

उत्तरमाला 22-1 575

उत्तरमाला 22-2 576





# नवबोध

## यूनीफाइड

# समाजशास्त्र

बी.ए. प्रथम वर्ष



समाज में संघर्ष



स्नातकीय कक्षाओं में प्रथम वर्ष के लिए उच्च शिक्षा आयोग द्वारा  
निर्धारित नवीन पाठ्यक्रम पर आधारित एक श्रेष्ठ पाठ्यपुस्तक

# नवबोध

## यूनीफाइड समाजशास्त्र

( बी. ए. प्रथम वर्ष )

लेखक

डॉ. शोभा श्रीवास्तव

एम.ए., पी-एच.डी.

विभागाध्यक्ष (समाजशास्त्र)

शासकीय महाविद्यालय,

पाटन, जिला-दुर्ग

एवं

प्रो. पी. एच. कृष्णन

एम.ए., पी-एच.डी.

आकरिम्क निधि

पुस्तकालय

शास.सी.एल.सी.कला एवं विज्ञान

महाविद्यालय पाटन दुर्ग

क्र..४९११.... दिनांक ..२०१६.....



Navbodh

नवबोध प्रकाशन

7, समता कॉलोनी, रायपुर (छत्तीसगढ़)

मूल्य : 220-00



# विषय-सूची

## यूनीफाइड समाजशास्त्र बी. ए. प्रथम वर्ष

इकाई	विषय-वस्तु	पृष्ठ-संख्या
	प्रथम प्रश्न-पत्र	
	समाजशास्त्र का परिचय	
1.	1. समाजशास्त्र का परिचय	1-10
	2. समाजशास्त्र की उत्पत्ति, विकास एवं महत्व	11-19
	3. समाजशास्त्र की प्रकृति	20-29
	4. समाजशास्त्र का अन्य सामाजिक विज्ञानों से सम्बन्ध	30-41
	5. समाज	42-52
	6. समुदाय	53-59
	7. समिति	60-64
	8. संस्था	65-72
	9. सामाजिक समूह की प्रकृति	73-92
	10. सामाजिक संरचना	93-100
	11. प्रस्थिति एवं भूमिका	101-111
12.	12. परिवार	112-123
	13. नातेदारी	124-130
	14. धर्म	131-140
	15. शिक्षा	141-148
	16. राजनीति	149-156



	17. व्यक्ति और समाज	157-173
	18. संस्कृति और समाज	174-186
	19. सामाजीकरण	187-198
	20. सामाजिक प्रतिमान (आदर्श नियम)	199-207
3.	21. सामाजिक स्तरीकरण : जाति और वर्ग	208-227
	22. सामाजिक गतिशीलता	128-237
4.	23. सामाजिक परिवर्तन	238-261
5.	24. समाजशास्त्र का उद्भव एवं विकास	262-272
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">द्वितीय प्रश्न-पत्र</div>		
<b>समाजशास्त्रीय विचारों के आधार</b>		
1.	1. समाजशास्त्र का उद्भव	273-283
	2. ऑगस्ट कॉम्टे	284-291
	3. हरबर्ट स्पेन्सर	292-301
2.	4. इमाइल दुखीमां	302-323
	5. मैक्स वेबर	324-336
3.	6. कार्ल मार्क्स	337-356
4.	7. विलफ्रेडो पेर्रेटो	357-368
5.	8. भारत में समाजशास्त्रीय विचारों का विकास	369-374
	9. महात्मा गाँधी	375-383
	10. राधाकमल मुखर्जी	384-394



सर्वश्रेष्ठ प्रश्नों का अनूठा संग्रह

**नवबोध**

**परीक्षा सार**

सभी कक्षाओं के लिए

अलग-अलग विषयों में

हिन्दी एवं अंग्रेजी माध्यम में उपलब्ध



**नवबोध प्रकाशन**

7, समता कॉलोनी, रायपुर (छ.ग.)

ISBN 978-81-932172-2-1

मुद्रक- युगबोध डिजिटल प्रिंटर्स, रायपुर



शिक्षादूत

जंग अभी भी जारी है ...



छोटे  
हल्के  
शस्त्र

**चीन-पाक**  
का अवैध शस्त्र व्यापार एवं  
**भारतीय सुरक्षा**

डॉ. शकील हुसैन



**जंग अभी भी जारी है...**

## **चीन-पाक**

का अवैध शस्त्र व्यापार एवं

## **भारतीय सुरक्षा**

( छोटे-हल्के-शस्त्र )

**डॉ. शकील हुसेन**

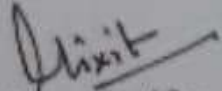


## संदेश

डॉ. शकील हुसैन की पुस्तक- छोटे-हल्के शस्त्र चीन-पाक का अवैध शस्त्र व्यापार एवं भारतीय सुरक्षा उनके गहन शोध एवं अंतर्राष्ट्रीय मामलों पर पैनी नजर की परिणति हैं, जो अवैध शस्त्र व्यापार की परिधि में उसके प्रत्येक रंग-रेशों की वास्तविकता को न केवल चिन्हित करती हैं, वरन उसके संबंध में बहुप्रचलित असत्यों का पर्दाफाश भी करती हैं।

द्वितीय विश्वयुद्ध के उपरांत शस्त्र, निवारक-निरोध के रूप में विश्व शांति हेतु और भी महत्वपूर्ण हो गये हैं। शीत युद्ध और उसके बाद भी कभी युद्ध तो कभी युद्ध के तनाव से समग्र विश्व जूझ रहा है। भारत भी युद्ध के प्रभाव से अछूता नहीं रहा है। देश के किसी न किसी मोर्चे पर जंग अभी भी जारी है। इन परिस्थितियों में शस्त्र के शास्त्र को समझने में डॉ. शकील की पुस्तक बहुत उपयोगी हैं। मेरा विश्वास है कि इनके द्वारा प्रणित छोटे शस्त्रों की उपयोगिता संबंधी चिंतन भारतीय सुरक्षा ढाँचे को और भी अधिक मजबूत बनाने में कारगर हो सकता है।

यह पुस्तक आश्चर्य करती है कि डॉ. शकील एक कुशल प्राध्यापक, चिंतक होने के साथ ही वर्तमान समय के एक महत्वपूर्ण लेखक के रूप में प्रतिष्ठित होंगे। उनके उज्ज्वल भविष्य की शुभकामनाएं

  
प्रो. एन. पी. दीक्षित  
कुलपति  
दुर्ग विश्वविद्यालय, दुर्ग (छ.प्र.)



पुस्तक का लेखक/संपादन विषयगत संदर्भ से लिखा गया है। जिसके लिए लेखक/संपादक/प्रकाशक द्वारा लिखित रूप में क्षमा प्रार्थना है एवं भूल सुधार हेतु समस्त सम्मानित पाठकगण के सुझाव सादर आर्थात्त है।

- » किसी भी परिवार के लिए न्यायिक क्षेत्र रायपुर ही होगा।
- » इस पुस्तक को अथवा इसके किसी अंश को बिना प्रकाशक के लिखित अनुमति के प्रकाशित करना अवैधानिक कृत्य होगा। अतः किसी भी रूप-फोटोकॉपी, विद्युत ग्राफिक, यांत्रिकी व अन्य रूप में किसी भी उपयोग के लिए नहीं छापा जा सकता है।

मूल्य : 170 ₹. (एक सौ सत्तर रुपये मात्र)

संस्करण : प्रथम, प्रकाशन वर्ष- जुलाई 2017

मुद्रक : सागर प्रिंटर्स  
पुरानी बस्ती, चाना के पास,  
अमीनपारा, रायपुर

आईएसबीएन नं. 978-93-84680-09-1

प्रकाशक :

शिक्षादूत ग्रंथागार प्रकाशन

95, समता कॉलोनी, रायपुर (छत्तीसगढ़)

फोन : 0771-2242522, मो. 095893-50000

यह पुस्तक उन शहीदों को सादर समर्पित है  
जिन्होंने अपने देश की सुरक्षा में  
अपने प्राण माँ भारती के  
चरणों में न्यौछावर कर दिये...



## © लेखक

- ▶▶ इस पुस्तक को प्रकाशित करने में प्रकाशक द्वारा पूर्ण सावधानी बरती गई है, फिर भी किसी त्रुटि के लिए प्रकाशक जिम्मेदार नहीं होगा।
- ▶▶ पुस्तक का लेखक/संपादन विषयगत संदर्भ से लिया गया है। जिसके लिए लेखक/संपादक/प्रकाशक द्वारा लिखित रूप से क्षमा प्रार्थना है एवं भूल सुधार हेतु आप समस्त सम्मानित पाठकगण के सुझाव सादर आमंत्रित है।
- ▶▶ किसी भी परिवाद के लिए न्यायिक क्षेत्र रायपुर ही होगा।
- ▶▶ इस पुस्तक को अथवा इसके किसी अंश को बिना प्रकाशक के लिखित अनुमति के प्रकाशित करना अवैधानिक कृत्य होगा। अतः किसी भी रूप-फोटोकॉपी, विद्युत ग्राफिक, यांत्रिकी व अन्य रूप में किसी भी उपयोग के लिए नहीं छापा जा सकता है।

मूल्य : 170 रू. (एक सौ सत्तर रुपये मात्र)

संस्करण : प्रथम, प्रकाशन वर्ष- जुलाई 2017

मुद्रक : सागर प्रिंटर्स  
पुरानी बस्ती, थाना के पास,  
अमीनपारा, रायपुर

आईएसबीएन नं. 978-93-84680-09-1

प्रकाशक :

शिक्षादूत ग्रंथागार प्रकाशन

95, समता कॉलोनी, रायपुर (छत्तीसगढ़)

फोन : 0771-2242522, मो. 095893-50000



## विषय सूची

क्र.	विषय	पृ. क्र.
01.	अध्याय : एक - शीत युद्ध के अवसान का प्रभाव शीत युद्धोत्तर विश्व-सशस्त्र संघर्षों - ARMED CONFLICTS का संकट (1) सशस्त्र संघर्ष : ARMED CONFLICTS - शीत युद्ध का उप-उत्पाद (2) तेल-तालिबान और अमेरिका : गठजोड़ से अनवरत संघर्ष तक (3) शीत युद्धोत्तर दक्षिण एशिया : भारतीय हितों को छोटे हथियारों का दंश	09-22
02.	अध्याय : दो - अवधारणा छोटे और हल्के हथियार : नया युद्ध तंत्र, सुरक्षा के लिए बड़ा खतरा (1) छोटे शस्त्र- SMALL ARMES (2) हल्के शस्त्र- LIGHT WEAPONS	23-29
03.	अध्याय : तीन- प्रसार (1) प्रमुख निर्माता निर्यातक देश (2) छोटे शस्त्रों का बड़ा व्यापार- यूक्रेन, पाकिस्तान, चीन व तुर्की बड़े खिलाड़ी- (i) यूक्रेन- अवैध शस्त्रों का सुपर मार्केट (ii) पाकिस्तान- अवैध शस्त्रों का चोर बाजार दर्रा आदमखेल-चोर बाजार और शस्त्रों का कुटीर उद्योग (iii) चीन- वैध-अवैध सब मिलता है. (iv) तुर्की- नाटो से भी दोस्ती आईसिस से भी दोस्ती (3) हिन्द महासागर की तैरती निजी सेनाएं- छोटे शस्त्रों की तस्करी.	30-56



04. अध्याय : चार -

57-98

छोटे और हल्के शस्त्र एवं भारतीय सुरक्षा-I

(1) अफगान संकट 1979-

उपमहाद्वीप में छोटे एवं हल्के शस्त्रों का आगमन  
एवं भारतीय सुरक्षा

(2) पाकिस्तान को अमेरिकी सैन्य सहायता-

1979 से 1990 तथा पंजाब एवं कश्मीर में आतंकवाद

(3) अफगान शस्त्रों से पंजाब में आतंकवाद-

अफगान संकट और पंजाब में आतंकवाद का अन्तर्सम्बन्ध

05. अध्याय : पांच

99-114

छोटे और हल्के शस्त्र एवं भारतीय सुरक्षा II

(1) अफगान हथियार पंजाब से कश्मीर की ओर :

पाकिस्तान की बदलती प्राथमिकताएं

(2) शीतयुद्ध की समाप्ति और कश्मीर में आतंकवाद का  
अन्तर्सम्बन्ध.

(3) छोटे एवं हल्के शस्त्रों आन्तरिक सुरक्षा पर दबाव एवं प्रभाव-

(i) कश्मीर में प्रभाव

(ii) उत्तर पूर्वी भारत में प्रभाव

(iii) मध्य भारत की माओवादी हिंसा

(iv) सम्पूर्ण देश पर प्रभाव

06. अध्याय : छः

115-120

छोटे और हल्के शस्त्र -

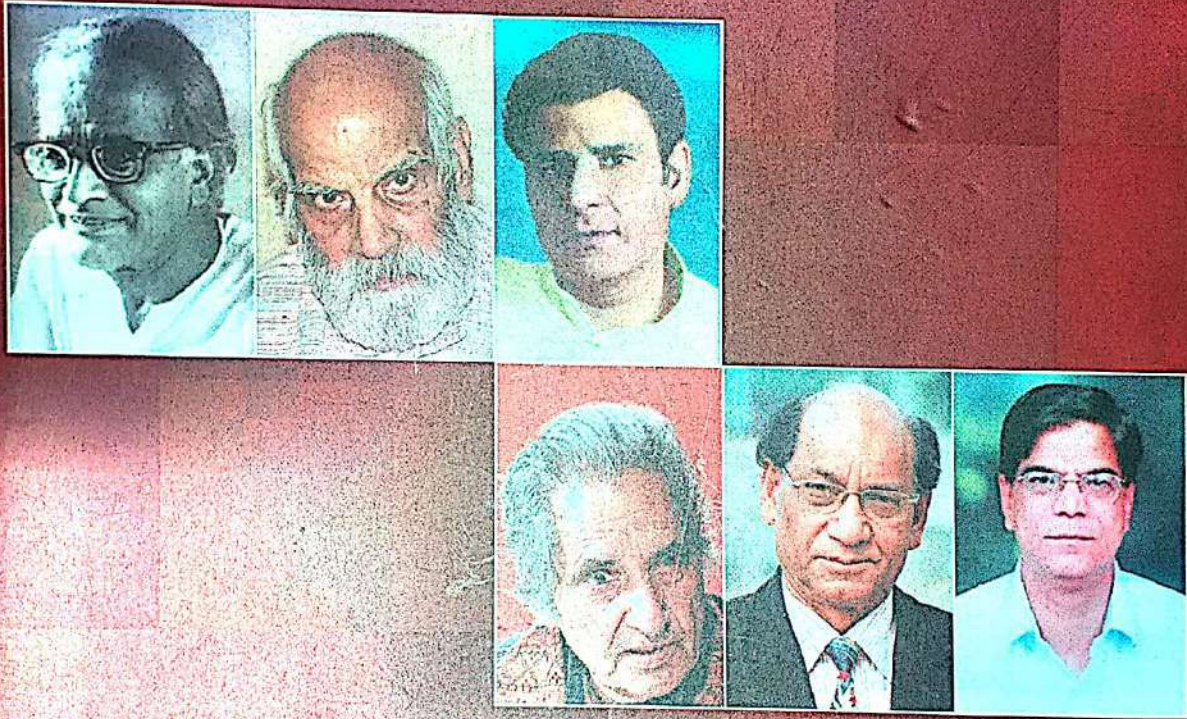
वास्तविक खतरा



ISBN-978-81-936430-1-3



# हिन्दी के प्रमुख समकालीन ग़ज़लकार



लेखिका-डॉ. साधना स्हाटगाँवकर

इंदिरा कला संगीत विश्वविद्यालय, सैरागढ़



# हिन्दी के प्रमुख समकालीन गज़लकार



लेखिका डॉ. साधना रहाटगाँवकर

**प्रकाशक**

इन्दिरा कला संगीत विश्वविद्यालय, खैरागढ़ (छ.ग.)

यू.जी.सी. की 12 वीं पंचवर्षीय योजना के प्रकाशन अनुदान से प्रकाशित

वर्ष - 2017



**मुद्रक :**

**छत्तीसगढ़ संवाद, अटल नगर (नया रायपुर)**

**ISBN : 978-81-936430-1-3**

**मूल्य : रु. 1050 / -**

**प्रथम संस्करण : 2017**



# अनुक्रम

इजहार I-III

अध्याय - एक

गज़ल विद्या : उदभव और विकास

- 1.1.1 अरबी गज़ल : उदभव और विकास
- 1.1.2 फ़ारसी गज़ल : उदभव और विकास : सूफ़ी परम्परा का विशेष परिप्रेक्ष्य
- 1.2 हिन्दी गज़ल : उदभव और विकास
  - 1.2.1 हिन्दी गज़ल के प्रथम प्रणेता अमीर खुसरो
  - 1.2.2 अमीर खुसरो के पश्चात् हिन्दी गज़ल
  - 1.2.3 भारतेन्दु युग और हिन्दी गज़ल (1850 से 1900 ई.)
  - 1.2.4 द्विवेदी युग और हिन्दी गज़ल (1900 से 1920 ई.)
  - 1.2.5 छायावादी युग और हिन्दी गज़ल (1920 से 1936 ई.)
  - 1.2.6 छायावादोत्तर युग से अद्यतन हिन्दी गज़ल (1936 ई. से अद्यतन)
- 1.3 भारत में हिन्दी गज़ल से इतर गज़ल के विकास की परम्परा : उर्दू गज़ल का विशेष परिप्रेक्ष्य
- 1.4 हिन्दी और उर्दू से इतर भारतीय भाषा साहित्य और गज़ल

अध्याय - दो

शमशेर, त्रिलोचन, दुष्यंत कुमार, नीरज, कुँअर बेचैन एवं दीक्षित दनकौरी का व्यक्तित्व और कृतित्व : गज़ल-संग्रहों का परिप्रेक्ष्य

- 2.1 शमशेर का व्यक्तित्व एवं कृतित्व
- 2.2 त्रिलोचन का व्यक्तित्व एवं कृतित्व
- 2.3 दुष्यंत कुमार का व्यक्तित्व एवं कृतित्व
- 2.4 नीरज का व्यक्तित्व एवं कृतित्व
- 2.5 कुँअर बेचैन का व्यक्तित्व एवं कृतित्व
- 2.6 दीक्षित दनकौरी का व्यक्तित्व एवं कृतित्व



## अध्याय - तीन

### समकालीन हिन्दी गज़ल : एक परिचय

- 3.1 समकालीन हिन्दी गज़ल से आशय
- 3.2 समकालीनता के संदर्भ में आधुनिक-काल, आधुनिकता और उत्तर-आधुनिकतावाद की व्याख्या
- 3.3 समकालीन हिन्दी गज़ल की प्रमुख प्रवृत्तियाँ
- 3.4 समकालीन हिन्दी गज़ल के विविध रंग

## अध्याय - चार

संवेदनात्मक धरातल पर शमशेर, त्रिलोचन, दुष्यंत, नीरज, कुँअर बेचैन एवं दीक्षित दनकौरी की गज़लों का विश्लेषण

- 4.1 संवेदना का अर्थ स्वरूप एवं विस्तार
- 4.2 समकालीन हिन्दी गज़ल का संवेदनात्मक धरातल
- 4.3 शमशेर की गज़लों का संवेदनात्मक धरातल
- 4.4 त्रिलोचन की गज़लों का संवेदनात्मक धरातल
- 4.5 दुष्यंत की गज़लों का संवेदनात्मक धरातल
- 4.6 नीरज की गज़लों का संवेदनात्मक धरातल
- 4.7 कुँअर बेचैन की गज़लों का संवेदनात्मक धरातल
- 4.8 दीक्षित दनकौरी की गज़लों का संवेदनात्मक धरातल

## अध्याय - पाँच

शमशेर, त्रिलोचन, दुष्यंत कुमार, नीरज, कुँअर बेचैन और दीक्षित दनकौरी की गज़लों के शिल्प-विधान का विश्लेषण

- 5.1 'शिल्प' शब्द की व्याख्या, स्वरूप और विस्तार
- 5.2 गज़ल के शिल्पगत तत्व
- 5.3 गज़ल के शिल्पगत तत्वों के आधार पर विवेच्य समकालीन गज़लकारों की गज़लों का विश्लेषण
  - 5.3.1 गज़ल के अंगों के आधार पर विवेच्य समकालीन गज़लकारों की गज़लों का विश्लेषण
  - 5.3.2 गज़ल की भाषिक-अभिव्यंजना के आधार पर विवेच्य समकालीन गज़लकारों की गज़लों का विश्लेषण



- 5.3.3 ग़ज़ल के छन्दशास्त्र के आधार पर विवेच्य समकालीन ग़ज़लकारों की ग़ज़लों का विश्लेषण
- 5.3.4 ग़ज़ल की अलंकार योजना के आधार पर विवेच्य समकालीन ग़ज़लकारों की ग़ज़लों का विश्लेषण
- 5.3.5 'प्रतीक' योजना के आधार पर विवेच्य समकालीन ग़ज़लकारों की ग़ज़लों का विश्लेषण
- 5.3.6 बिम्ब-विधान के आधार पर विवेच्य समकालीन ग़ज़लकारों की ग़ज़लों का विश्लेषण
- 5.3.7 ग़ज़ल की प्रमुख सीमाओं के आधार पर विवेच्य समकालीन ग़ज़लकारों की ग़ज़लों का विश्लेषण

#### अध्याय - छः

### ग़ज़ल गायकी के परिप्रेक्ष्य में विवेच्य समकालीन ग़ज़लकारों की ग़ज़लों का विश्लेषण

- 6.1 ग़ज़ल गायकी का उद्भव और विकास
  - 6.2 भारत में ग़ज़ल गायकी का विकास
    - 6.2.1 भारत में ग़ज़ल गायकी : ऐतिहासिक अवलोकन
  - 6.3 ग़ज़ल गायकी के प्रमुख घटकों के आधार पर विवेच्य समकालीन ग़ज़लकारों की ग़ज़लों का विश्लेषण
    - 6.3.1 ग़ज़ल में प्रयुक्त बहरों (छन्दों) और सांगीतिक तालों का अंतःसंबंध
    - 6.3.2 ग़ज़ल की विषय-वस्तु
    - 6.3.3 ग़ज़ल का स्वर-संयोजन
    - 6.3.4 रसानुभूति
  - 6.4 ग़ज़ल गायकी की विभिन्न शैलियाँ
    - समाहार
    - परिशिष्ट
    - (क) विवेच्य समकालीन ग़ज़लकारों का जीवन वृत्त
    - (ख) साक्षात्कार
- सन्दर्भ ग्रन्थ - सूची



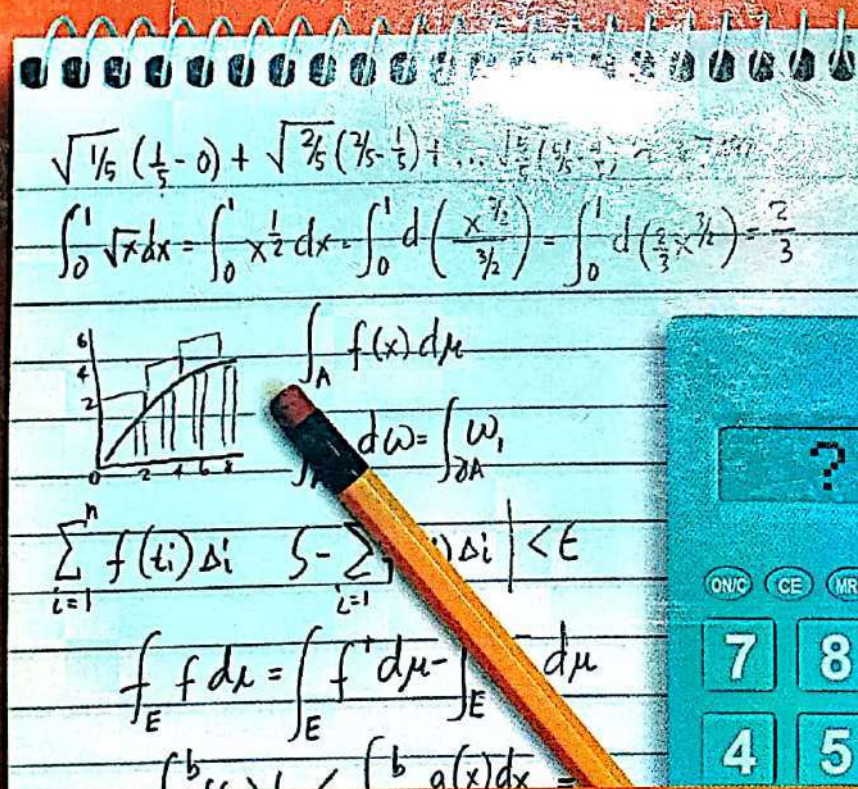
उच्च शिक्षा आयोग द्वारा स्वीकृत एवं यू.जी.सी. के नवीनतम पाठ्यक्रम पर आधारित



प्रबोध परीक्षा बोध द्वारा प्रकाशित

Prabodh

# प्रबोध कलन CALCULUS बी.एस.सी. प्रथम वर्ष



युगबोध अग्रवाल  
प्रबोध एण्ड कम्पनी प्रा.लि., रायपुर



विभिन्न विश्वविद्यालयों के लिए उच्च शिक्षा आयोग द्वारा निर्धारित  
नवीनतम पाठ्यक्रम पर आधारित एक उत्कृष्ट पुस्तक

# प्रबोध कलन (CALCULUS) बी.एस-सी. प्रथम वर्ष

लेखकगण

डॉ. आर.के. वर्मा  
(एम.एस-सी., पी-एच.डी.)

जी. एस. डडसेना  
(एम.एस-सी., एम.फिल.)

06 SPECIMEN COPY  
(NOT FOR SALE)



प्रकाशक : युगबोध अग्रवाल  
प्रबोध एण्ड कम्पनी प्रा. लि.  
गीता नगर, जी.ई. रोड, रायपुर (छत्तीसगढ़)

Phone : 9926332903, 9754735864  
e-mail : prabodhandco@rediffmail.com

मूल्य : ₹ 415.00



# विषय सूची

प्रबोध कलन : बी.एस-सी. ( प्रथम वर्ष )

## इकाई-1

### 1. सीमा एवं सांतत्य (7-56)

1.0.	प्रस्तावना	7
1.1.	सीमा की $\epsilon$ - $\delta$ परिभाषा	7
1.2.	सीमाओं का बीजगणित	23
1.3.	बायीं और दायीं हस्त सीमाएँ	24
1.4.	सांतत्य	29
1.4.1.	सांतत्य की $\epsilon$ - $\delta$ परिभाषा या सांतत्य की कौशी की परिभाषा	29
1.4.2.	संतत् फलनों के प्रगुण	30
1.5.	असांतत्य	31
1.5.1.	असांतत्य के प्रकार	34
1.6.	संतत् फलनों पर प्रमेय	50

### 2. अवकलनीयता (57-69)

2.1.	अवकलन गुणांक की परिभाषा	57
2.2.	अवकलनीयता पर आधारित प्रमेय	58
2.3.	सांतत्य और अवकलनीयता के अनुप्रयोग	60

### 3. उत्तरोत्तर अवकलन एवं लैबनीज प्रमेय (70-91)

3.1.	$n$ वाँ अवकलज की परिभाषा	70
3.2.	महत्वपूर्ण $n$ वाँ अवकलज	70
3.3.	$n$ वाँ अवकलज ज्ञात करने की अन्य विधियाँ	74
3.4.	लैबनीज प्रमेय	80
3.5.	चर $x$ के विशिष्ट मानों के लिए $n$ वाँ अवकलन प्राप्त करना	85

### 4. मैक्लॉरिन एवं टेलर श्रेणी द्वारा प्रसार (92-112)

4.1.	कुछ महत्वपूर्ण फलनों का $x$ की घातों में प्रसार	92
4.2.	मैक्लॉरिन श्रेणी या मैक्लॉरिन प्रमेय	93
4.3.	टेलर श्रेणी या टेलर प्रमेय	94

## इकाई-2

### 5. अनन्तस्पर्शियाँ (113-151)

5.1.	अनन्तस्पर्शी की परिभाषा	113
5.2.	अनन्तस्पर्शी के लिए शत	115

5.3.	सामान्य बीजीय वक्र की अनन्त स्पर्शियाँ	115
5.4.	अक्षों के समान्तर अनन्तस्पर्शियाँ	125
5.5.	अनन्तस्पर्शियों का अस्तित्व नहीं होना	135
5.6.	अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात करने की अन्य विधि	136
5.7.	वक्रों की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात करने की वैकल्पिक विधियाँ	138
5.7.1.	प्रथम विधि : गुणनखण्ड विधि	138
5.7.2.	द्वितीय विधि : उच्चतम घात वाले पदों का गुणनखण्ड प्राप्त करना	139
5.8.	निरीक्षण द्वारा अनन्तस्पर्शियाँ	140
5.9.	अनन्तस्पर्शियों की कुल संख्या	140
5.10.	किसी वक्र और उसकी अनन्तस्पर्शियों का प्रतिच्छेदन	140

5.11.	वक्र $y = mx + c + \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \dots$ की अनन्तस्पर्शियाँ	141
5.12.	वक्ररेखीय अनन्तस्पर्शियाँ	141

### 6. वक्रता (152-203)

6.1.	वक्रता तथा वक्रता त्रिज्या	152
6.2.	वक्रता-त्रिज्या के लिए नैज सूत्र	153
6.3.	वक्रता त्रिज्या के लिए कार्तीय सूत्र	154.
6.4.	वक्रता-त्रिज्या के लिए प्राचलिक सूत्र	156
6.5.	पदिक समीकरण के लिए वक्रता त्रिज्या का सूत्र	176
6.6.	वक्रता त्रिज्या के लिए ध्रुवीय सूत्र	178
6.7.	वक्रता त्रिज्या के लिए स्पर्शी ध्रुवीय सूत्र $(p, \psi)$ सम्बन्ध	179
6.8.	मूल बिन्दु पर स्पर्श रेखाएँ	187
6.8.1.	परिमेय पूर्णाकीय या बीजीय वक्रों के लिए मूल बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या का सूत्र	187
6.9.	मूल बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात करने की विधियाँ	187
6.9.1.	प्रतिस्थापन विधि से वक्रता त्रिज्या ज्ञात करना	188
6.9.2.	प्रसार विधि से वक्रता त्रिज्या ज्ञात करना	188



6.9.3.	न्यूटन विधि से वक्रता त्रिज्या ज्ञात करना	189
6.9.4.	ध्रुव पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात करना	189
6.10.	वक्रता केन्द्र	189
6.11.	वक्रता वृत्त का समीकरण	190
6.12.	मूल बिन्दु (ध्रुव) से होकर जाने वाली वक्रता जीवा	190
6.13.	दैशिक त्रिज्या पर लम्ब वक्रता जीवा	191
6.14.	निर्देशाक्षों के समान्तर वक्रता जीवाएँ	191
6.15.	वक्र का केन्द्रज ज्ञात करना	192
<b>7. विचित्र बिन्दु (204-230)</b>		
7.1.	विचित्र बिन्दु	204
7.2.	बहुल बिन्दु	204
7.2.1.	द्विक् बिन्दु	204
7.2.2.	द्विक् बिन्दु के प्रकार	204
7.3.	कस्प के प्रकार	206
7.4.	मूलबिन्दु पर स्पर्श-रेखा का समीकरण प्राप्त करना	208
7.4.1.	बिन्दु $(h, k)$ पर स्पर्शी का समीकरण	206
7.5.	द्विक् बिन्दु विद्यमान होने के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध प्राप्त करना	208
7.6.	नति परिवर्तन बिन्दु	218
7.7.	उपरि-अवतल, निम्न-अवतल और नति परिवर्तन बिन्दुओं के लिए परीक्षण	219
7.8.	पदिक समीकरण के लिए नति परिवर्तन बिन्दु की शर्त	221
7.9.	ध्रुवीय समीकरण के लिए नति परिवर्तन बिन्दु की शर्त	222
<b>8. वक्रों का अनुरेखण (231-266)</b>		
8.1.	वक्र अनुरेखण का उद्देश्य	231
8.2.	कार्तीय निर्देशाक्षों में वक्रों का अनुरेखण	231
8.3.	ध्रुवीय निर्देशाक्षों में वक्रों का अनुरेखण	252
8.4.	प्राचलिक वक्रों का अनुरेखण	259
<b>इकाई-3</b>		
<b>9. अबीजीय फलनों का समाकलन (267-295)</b>		
9.1.	अबीजीय फलन	267
9.2.	$\int \sin^m x dx$ तथा $\int \cos^n x dx$ का हल	270
9.2.1.	$\int \sin^n x dx$ का हल	270
9.2.2.	$\int \cos^n x dx$ का हल	272
9.3.	$\int \sin^m x \cos^n x dx$ का हल	270

9.4.	$\int \frac{dx}{a \cos^2 x + b}$ , $\int \frac{dx}{a \sin^2 x + b}$ तथा	
	$\int \frac{dx}{a \cos^2 x + 2h \sin x \cos x + b \sin^2 x}$ का हल	278
9.5.	समाकलों $\int \frac{dx}{a + b \cos x}$ , $\int \frac{dx}{a + b \sin x}$ तथा $\int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x + c}$ का हल	279
9.6.	$\int \frac{p \cos x + q \sin x + r}{a \cos x + b \sin x + c} dx$ का हल	279
9.7.	अतिपरवल्यिक फलनों के बीच सम्बन्ध	281
9.8.	अतिपरवल्यिक फलनों के मानक समाकलन	281
9.9.	कुछ और मानक रूप	282
<b>10. समानयन सूत्र (296-340)</b>		
10.1.	समानयन सूत्र	296
10.2.	निम्नलिखित समानयन सूत्र स्थापित करना	296
10.3.	वालीज सूत्र	299
10.4.	$\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ के लिए समानयन सूत्र	301
10.4.1.	$I_{m,n} = \int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ को $I_{m+2,n-2} = \int \sin^{m+2} x \cdot \cos^{n-2} x dx$ से सम्बन्धित करना	301
10.4.2.	$I_{m,n} = \int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ को $I_{m-2,n} = \int \sin^{m-2} x \cos^n x dx$ से सम्बन्धित करना	301
10.4.3.	$I_{m,n} = \int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ को $I_{m,n-2} = \int \sin^m x \cdot \cos^{n-2} x dx$	303
10.4.4.	$I_{m,n} = \int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ को $\int \sin^{m+2} x \cos^n x dx$	303
10.4.5.	$I_{m,n} = \int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ को $I_{m,n+2} = \int \sin^m x \cos^{n+2} x dx$ से सम्बन्धित करना	303



- 10.4.6.  $I_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$  को  
 $I_{m-2,n-2} = \int \sin^{m-2} x \cos^{n-2} x dx$   
 से सम्बन्धित करना 303

10.5. सिद्ध करना है कि 304

$$\int_0^{\pi/2} \sin^m x \cos^n x dx = \frac{\left(\frac{m+1}{2}\right) \left(\frac{n+1}{2}\right)}{2 \left(\frac{m+n+2}{2}\right)}$$

- 10.5.1.  $\int \cos^m x \cos nx$  के लिए समानयन 306

- 10.5.2.  $\int \cos^m x \sin nx dx$  के लिए  
 समानयन सूत्र प्राप्त करना अथवा  
 सिद्ध कीजिए कि—

$$I_{m,n} = \int \cos^m x \sin nx dx$$

$$= \frac{-\cos^m x \cos nx}{m+n} + \left(\frac{m}{m+n}\right) I_{m-1,n-1}$$

- 10.5.3. यदि  $I_{m,n} = \int_0^{\pi/2} \cos^m x \cos nx$ ,  
 तो सिद्ध कीजिए कि—

(a)  $I_{m,n} = \left(\frac{m}{m+n}\right) I_{m-1,n-1}$

(b)  $I_{m,n} = \left(\frac{m}{m-n}\right) I_{m-1,n+1}$

(c)  $I_{m,n} = \frac{m(m-1)}{m^2 - n^2} I_{m-2,n}$  307

### 11. निश्चित समाकलन (341-364)

- 11.1. कलन का मूलभूत प्रमेय 341  
 11.2. उचित और अनुचित समाकलन 341  
 11.3. निश्चित समाकलन 342  
 11.4. निश्चित समाकलन के प्रगुण 342  
 11.5. योग की सीमा के रूप में समाकलन 345

### 12. क्षेत्रकलन (365-386)

- 12.1. परिवर्द्ध क्षेत्र के अन्तर्गत क्षेत्रकलन 365  
 12.2. ध्रुवीय वक्रों के लिए क्षेत्रफल 367  
 12.3. प्राचलिक वक्रों के क्षेत्रफल के लिए सूत्र 368  
 12.4. संवृत वक्रों का क्षेत्रफल 368

### 13. चापकलन (387-401)

- 13.1. विभिन्न वक्रों की लम्बाइयाँ ज्ञात करना 387  
 13.2. नैज समीकरण 389

### 14. परिक्रमण ठोसों के आयतन एवं पृष्ठ (402-426)

- 14.1. परिक्रमण ठोस का आयतन 402  
 14.2. परिक्रमण पृष्ठ 417

### इकाई-4

### 15. प्रथम कोटि और प्रथम घात के अवकल समीकरण (427-466)

- 15.1. परिभाषाएँ 427  
 15.2. अवकल समीकरण निर्माण करने की विधि 429  
 15.3. प्रथम कोटि और प्रथम घात के अवकल  
 समीकरणों के प्रकार एवं उनके हल 429  
 15.4. रैखिक अवकल समीकरण 430  
 15.5. रैखिक में सामनेय अवकल समीकरण या  
 बरनौली अवकल समीकरण 431  
 15.6. चरों का परिवर्तन 433  
 15.7. यथातथ अवकल समीकरण 441  
 15.8. समाकलन गुणक 449  
 15.9. समाकलन गुणक ज्ञात करने के नियम  
 जबकि अवकल समीकरण  
 $(Mdx + Ndy = 0)$  के रूप का हो 453

### 16. प्रथम कोटि एवं उच्चतर घात के अवकल समीकरण और विचित्र हल (467-513)

- 16.1. प्रथम कोटि एवं उच्चतर घात के अवकल  
 समीकरण 467  
 16.2. ऐसे समीकरण जिन्हें  $p$  के लिए हल  
 किया जा सके 468  
 16.3. ऐसे समीकरण जिन्हें  $y$  के लिए हल  
 किया जा सके 468  
 16.4. ऐसे समीकरण जिन्हें  $x$  के लिए हल  
 किया जा सके 469  
 16.5. क्लेरो समीकरण 486  
 16.6. लेग्रांज समीकरण 487  
 16.7. विचित्र हल 488  
 16.8. स्पर्श-बिन्दुपथ, नोड-बिन्दुपथ तथा  
 कस्प-बिन्दु पथ ज्ञात करने की कार्यविधि 490



<b>17. ज्यामितीय व्याख्या एवं लम्बकोणीय संछेदी (514-539)</b>	
17.1. अवकल समीकरण का ज्यामितीय अर्थ	514
17.2. संछेदी	521
17.3. लम्बकोणीय संछेदी	521
17.4. लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात करने की कार्य-विधि	521
<b>18. अचर गुणांकों वाले रैखिक अवकल समीकरण (540-638)</b>	
18.1. अचर गुणांकों वाले रैखिक अवकल समीकरण	540
18.2. संकेत या संकारक	540
18.3. सहायक समीकरण	541
18.4. सहायक समीकरण के द्वारा पूरक फलन प्राप्त करना	541
18.5. अचर गुणांकों वाले समघात रैखिक अवकल समीकरण का हल ज्ञात करना	542
18.6. पूरक फलन (C.F.) ज्ञात करने की कार्य विधि	544
18.7. अचर गुणांकों वाले असमघात रैखिक अवकल समीकरण	551
18.8. अवकल-समीकरण $f(D)y = Q$ का विशेष समाकल $\frac{1}{f(D)}Q$ ह	552
18.9. विशेष समाकलन $\frac{1}{D-\alpha}$ का मूल्यांकन करना	552
18.10. $f(D)y = (D-\alpha_1)(D-\alpha_2)\dots(D-\alpha_n)y$ के लिए विशेष समाकलन	553
18.11. कुछ विशेष स्थितियों में विशेष समाकल ज्ञात करने की संक्षिप्त विधियाँ	553
18.12. विशेष समाकल $\frac{1}{f(D)}e^{ax} = \frac{1}{f(a)}e^{ax}$ , जब $f(a) \neq 0$ .	554
18.13. विशेष समाकल $\frac{1}{f(D^2)}\sin ax = \frac{1}{f(-a^2)}\sin ax$ तथा $\frac{1}{f(D^2)}\cos ax = \frac{1}{f(-a^2)}\cos ax$ ; बशर्ते $f(-a^2) \neq 0$ .	562
18.14. P.I. = $\frac{1}{f(D)}x^m$ ज्ञात करना, जहाँ कोई पूर्णांक हो—द्विपद विस्तार विधि का प्रयोग	542

18.15. P.I. = $\frac{1}{f(D)}e^{ax}V$ ज्ञात करना, जहाँ $V$ , $x$ का कोई फलन है :	590
18.16. सिद्ध करना है कि :	
(i) $\frac{1}{D^2+a^2}\sin ax = -\frac{x}{2a}\cos ax$	
(ii) $\frac{1}{D^2+a^2}\cos ax = +\frac{x}{2a}\sin ax$	605
18.17. $\frac{1}{f(D^2)}\sin ax$ तथा $\frac{1}{f(D^2)}\cos ax$ का मूल्यांकन जब $f(-a^2) = 0$	606
18.18. $\frac{1}{f(D)}x^m$ का मूल्यांकन, जहाँ $V$ , चर $x$ का फलन है	616
<b>19. समघात रैखिक साधारण अवकल समीकरण (639-653)</b>	
19.1. समघात रैखिक साधारण अवकल समीकरण	639
19.2. 'स्वतंत्र चर के परिवर्तन' द्वारा समघात रैखिक अवकल समीकरण को हल करने की विधि	639

### इकाई-5

<b>20. द्वितीय कोटि के रैखिक अवकल समीकरण एवं प्राचल विचरण की विधि (654-736)</b>	
20.1. प्रस्तावना	654
20.2. जब पूरक फलन का एक हल ज्ञात हो	654
20.3. पूरक फलन का एक हल प्राप्त करने की 'निरीक्षण विधि'	656
20.4. प्रथम अवकलज को विलोपित करना	672
20.5. स्वतंत्र चर को परिवर्तित कर समीकरण का रूपान्तरण	689
20.6. प्राचल विचरण की विधि	709
20.7. द्वितीय कोटि के अचर गुणांकों वाले रैखिक अवकल समीकरण को प्राचल विचरण विधि द्वारा हल करने की कार्य-विधि	712
<b>21. साधारण युगपत अवकल समीकरण (737-767)</b>	
21.1. सममित अवकल समीकरण में समानेय, युगपत अवकल समीकरण	738
नोट्स	768